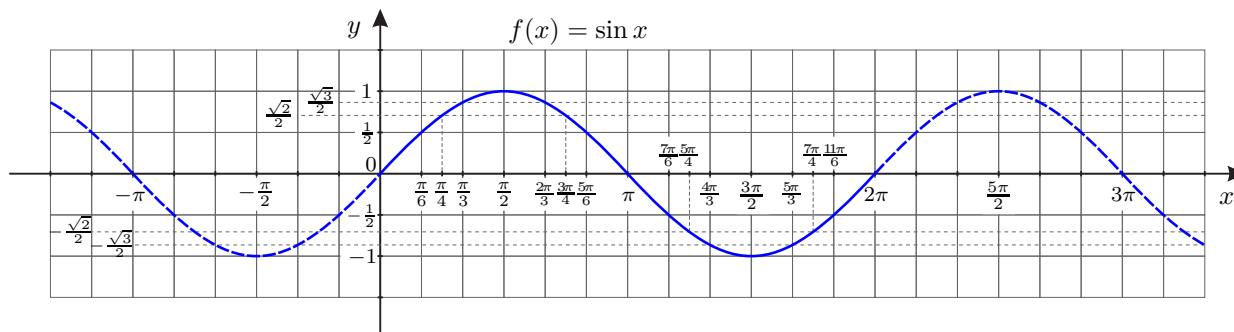


Funkcje trygonometryczne – wykresy i własności

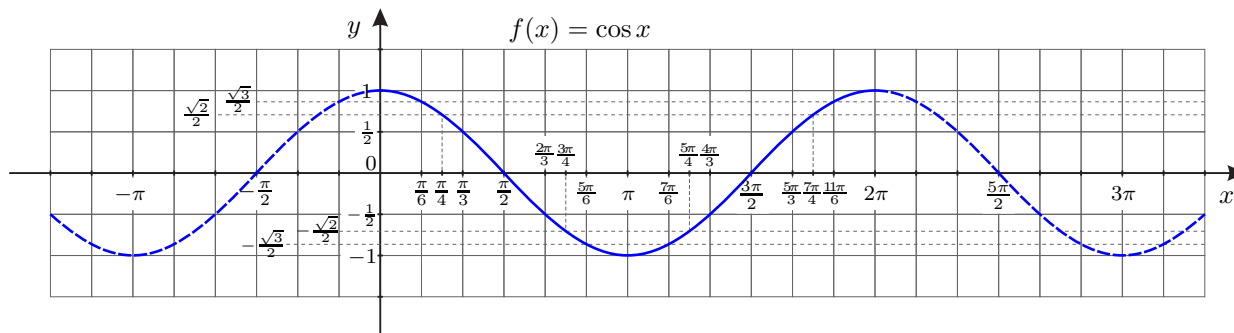
Funkcja sinus: $f(x) = \sin x$



Podstawowe własności funkcji sinus:

1. Dziedzina: $D = \mathbb{R}$;
2. Zbiór wartości: $Z_w = [-1; 1]$;
3. Miejsca zerowe: $x_0 = k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
4. $f(x) > 0$ dla $x \in (2k\pi; \pi + 2k\pi)$; $k \in \mathbb{Z}$;
 $f(x) < 0$ dla $x \in (\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi)$; $k \in \mathbb{Z}$;
5. Funkcja jest rosnąca w przedziałach:
 $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$; $k \in \mathbb{Z}$;
Funkcja jest malejąca w przedziałach:
 $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$; $k \in \mathbb{Z}$;
6. Funkcja osiąga ekstrema lokalne:
 $y_{max} = 1$ dla $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
 $y_{min} = -1$ dla $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
7. Funkcja nie jest różnowartościowa;
8. Funkcja jest nieparzysta: $f(x) = -f(-x)$;
Funkcja nie jest parzysta;
9. Funkcja jest okresowa; okres zasadniczy (podstawowy) równy jest: $T = 2\pi$;
10. Pochodna funkcji: $f'(x) = \cos x$.

Funkcja cosinus: $f(x) = \cos x$

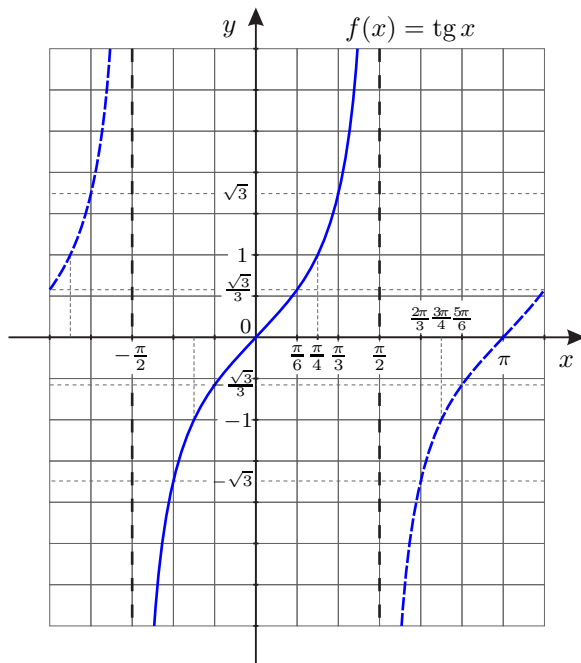


Podstawowe własności funkcji cosinus:

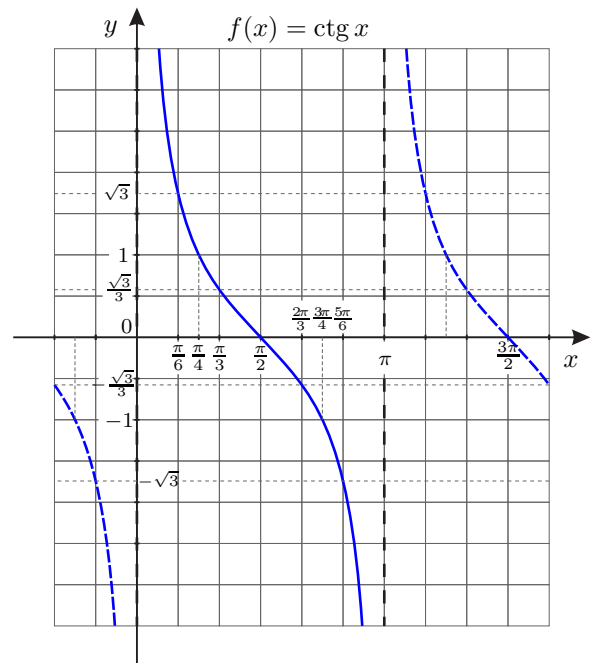
1. Dziedzina: $D = \mathbb{R}$;
2. Zbiór wartości: $Z_w = [-1; 1]$;
3. Miejsca zerowe: $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
4. $f(x) > 0$ dla $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$; $k \in \mathbb{Z}$;
 $f(x) < 0$ dla $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right)$; $k \in \mathbb{Z}$;
5. Funkcja jest rosnąca w przedziałach:
 $x \in [\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi]$; $k \in \mathbb{Z}$;
Funkcja jest malejąca w przedziałach:
 $x \in [2k\pi; \pi + 2k\pi]$; $k \in \mathbb{Z}$;
6. Funkcja osiąga ekstrema lokalne:
 $y_{max} = 1$ dla $x = 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
 $y_{min} = -1$ dla $x = \pi + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$;
7. Funkcja nie jest różnowartościowa;
8. Funkcja jest parzysta: $f(x) = f(-x)$;
Funkcja nie jest nieparzysta;
9. Funkcja jest okresowa; okres zasadniczy (podstawowy) równy jest: $T = 2\pi$;
10. Pochodna funkcji: $f'(x) = -\sin x$.

Funkcja tangens:

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

**Funkcja cotangens:**

$$f(x) = \operatorname{ctg} x$$



Podstawowe własności funkcji tangens:

1. Dziedzina: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}; k \in \mathbb{Z};$
2. Zbiór wartości: $Z_w = \mathbb{R};$
3. Miejsca zerowe: $x_0 = k\pi; k \in \mathbb{Z};$
4. $f(x) > 0$ dla $x \in \left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right); k \in \mathbb{Z};$
 $f(x) < 0$ dla $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi \right); k \in \mathbb{Z};$
5. Funkcja jest rosnąca w przedziałach:
 $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right); k \in \mathbb{Z};$
6. Funkcja posiada asymptoty pionowe:
 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z};$
7. Funkcja nie osiąga ekstremów;
8. Funkcja nie jest różnowartościowa;
9. Funkcja jest nieparzysta: $f(x) = -f(-x);$
 Funkcja nie jest parzysta;
10. Funkcja jest okresowa; okres zasadniczy (podstawowy) równy jest: $T = \pi;$
11. Pochodna funkcji:
 $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ dla $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Podstawowe własności funkcji cotangens:

1. Dziedzina: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}; k \in \mathbb{Z};$
2. Zbiór wartości: $Z_w = \mathbb{R};$
3. Miejsca zerowe: $x_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z};$
4. $f(x) > 0$ dla $x \in \left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right); k \in \mathbb{Z};$
 $f(x) < 0$ dla $x \in \left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \pi + k\pi \right); k \in \mathbb{Z};$
5. Funkcja jest malejąca w przedziałach:
 $x \in (k\pi; \pi + k\pi); k \in \mathbb{Z};$
6. Funkcja posiada asymptoty pionowe:
 $x = k\pi; k \in \mathbb{Z};$
7. Funkcja nie osiąga ekstremów;
8. Funkcja nie jest różnowartościowa;
9. Funkcja jest nieparzysta: $f(x) = -f(-x);$
 Funkcja nie jest parzysta;
10. Funkcja jest okresowa; okres zasadniczy (podstawowy) równy jest: $T = \pi;$
11. Pochodna funkcji:
 $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ dla $x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}.$